Université Cheikh Anta DIOP
Faculté des Sciences Économiques et de Gestion

Année Universitaire : 2020 / 2021

STATISTIQUE 2

Licence 1 en Sciences Économiques et de Gestion

Professeur : F. B. Doucouré

TD 3 de Calcul des Probabilités

Thème : Variables aléatoires discrètes et continues

Exercice 1 : Variable aléatoire discrète

On jette successivement et indépendamment sur une table deux dés dont les faces sont numérotées de 1 à 4.
Soit X la variable aléatoire « produit des nombres obtenus »

1) Déterminer la loi de probabilité de X, donner une représentation graphique de la loi de probabilité de X (diagramme en bâtons et polygone des fréquences)

2) Calculer le mode, l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.

Exercice 2 : Variable aléatoire discrète

Soit $a \in IN^*$ et X la variable aléatoire discrète à valeurs dans $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ telle que pour tout entier k dans cet ensemble

$$P(X = k) = \frac{1}{6a}(k - a)^2$$

1) Vérifier que, pour $a = 5$, X suit bien une loi de probabilité.

2) Donner une représentation graphique de la loi de probabilité de X (diagramme en bâtons et polygone des fréquences)

3) Déterminer la fonction de répartition de X et donner sa représentation graphique (courbe en escaliers)

4) Calculer le mode, l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X .

Exercice 3 : Variable aléatoire discrète

Un chef de service commercial estime avoir une probabilité 0,6 de faire gagner 100 000 FCFA à son entreprise en faisant une opération.
Si cette opération est manquée, la perte est de 20 000 FCFA.
Quelle est l'espérance mathématique du gain ?

Exercice 4 : Variable aléatoire discrète

Chez DIOP et Frères, on a établi, sur une longue période, que le nombre de personnes absentes (x_i) par semaine pouvait être régi par la loi de probabilité suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = x_i)$	0,05	0,09	0,15	0,34	0,21	0,12	0,03	0,01

1) Donner une représentation graphique de la loi de probabilité de X (diagramme en bâtons et polygone des fréquences)

2) Déterminer la fonction de répartition de X et donner sa représentation graphique (courbe en escaliers)

3) Calculer le mode, l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de la variable « nombre de personnes absentes par semaine ».

4) S'il en coûte à l'entreprise 6 000 FCFA chaque fois qu'une personne est absente, déterminer le coût moyen hebdomadaire ainsi que la variance et l'écart-type.

Exercice 5 : Variable aléatoire continue

La durée du processus d'atterrissage d'un avion est le temps T, mesuré en minutes, qui s'écoule depuis la prise en charge par la tour de contrôle jusqu'à l'immobilisation de l'avion sur la piste.

Dans un certain aéroport, on estime que T est une variable aléatoire continue dont la densité de probabilité est la fonction f de IR dans IR définie par :

$$\begin{cases} f(t) = t\, e^{-t} & \text{si } t > 0 \\ f(t) = 0 & \text{si } t \leq 0 \end{cases}$$

1) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de T.

2) Déterminer la fonction de répartition F de T.

3) Quelle est la probabilité que

a) T dépasse 2 minutes ?

b) T soit compris entre 45 secondes et 3 minutes ?

c) T soit inférieur à 4 minutes sachant qu'il dépasse 2 minutes ?

Exercice 6 : Variable aléatoire continue

Soit f la densité de probabilité définie par :

$$f(x) = \begin{cases} k\, e^{-\frac{x}{2}} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

1) Calculer la valeur de k.

2) Soit X la variable aléatoire réelle admettant f pour densité de probabilité.

Déterminer la fonction de répartition F de X et calculer

$P(X < 3)$.

3) Calculer l'espérance mathématique de X .

4) Calculer la probabilité conditionnelle :

$$P\left[\, 5 \leq X < 7 \ / \ X > 3 \,\right]$$